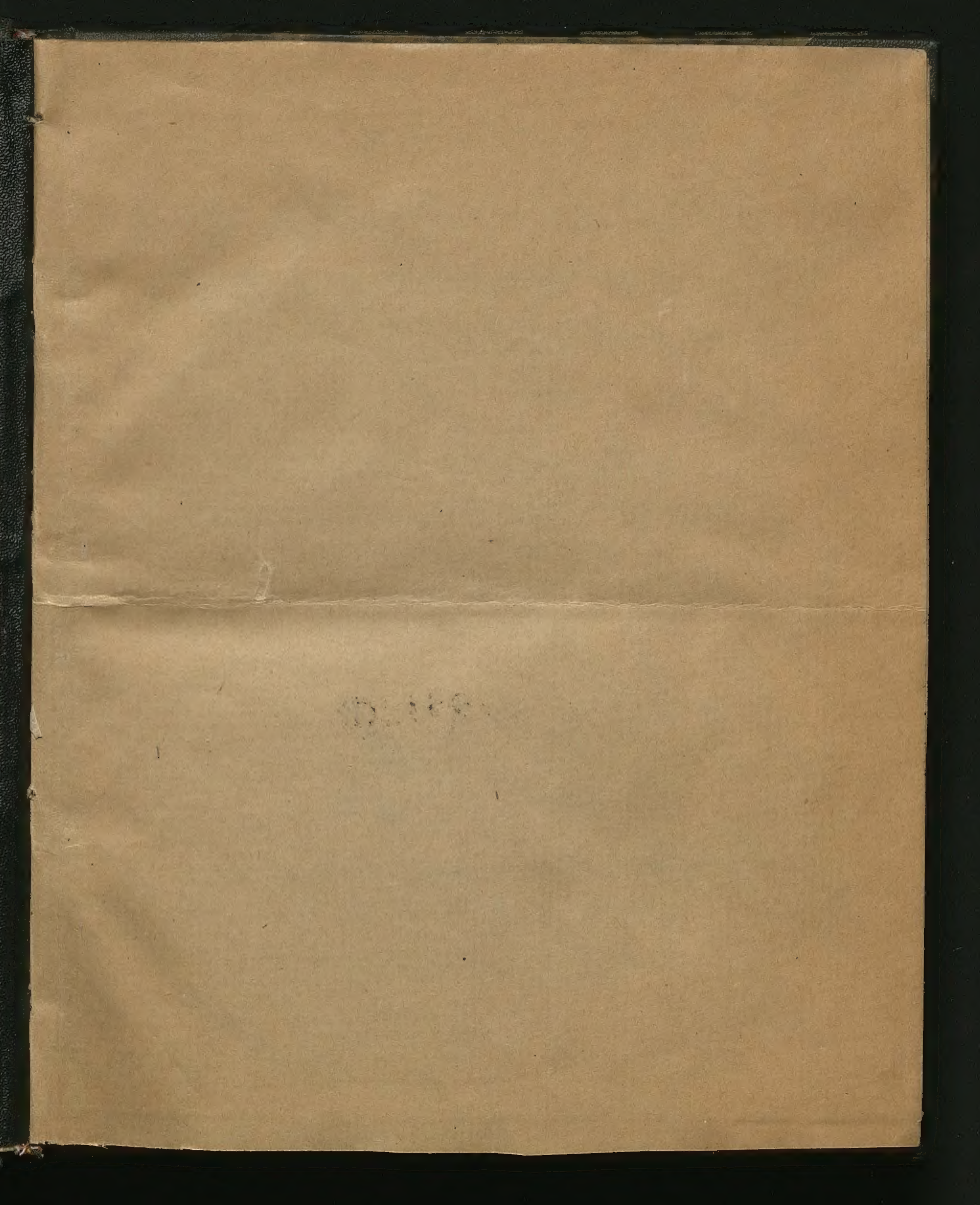


Problemata de invenienda radice exacta numeri binarii, quæ perperam creditur unitati esse incommensurabilis. Varsaviæ 1786.

1.) PROBLEMA I. *Determinare rationem unitatis ad radicem numeri 2.*

Resolutio & Demonstratio. Ducto numero 408 in se ipsum, oritur quadratum 166464, cujus duplum 332928 est quadratum surdum, quod tamen addita unitate evadit rationale, nempe 332929, cujus radix est itaque 577; dividendo deinde illud per primum 166464, emergit quotus 2 cum excessu minutissimo $\frac{1}{166464}$, quo ex illo ablato relinquitur quadratum 332928, ad quod quadratum 1mum est igitur, ut 1 : 2; ergo radix quadrati 1 est ad radicem quadrati 2, ut 408 : 577 — $\frac{1}{166464}$ quadrati hujus secundæ radicis; dividendo deinde utrobique per 408, prodit ratio unitatis ad radicem quadrati 2, ut 1 : $\frac{577}{408}$ — $\frac{1}{166464}$ quadrati hujus radicis, ope cujus rationis, ut mox patebit, dato quadrato simplo rationali, radix quadrati dupli illico exacte determinari potest.

2.) Scholion. *Quòd ejusmodi radices lineis repræsentari possint, id constat ex Theoremate* Pythagorico; *sed quòd numeris exprimi queant, id ab omni ævo, quo Geometria fuit exculta, creditum fuit esse impossibile; contrarium tamen patefaciet sequens*

3.) PROBLEMA II. *Dato quadrato (25) exactè determinare radicem quadrati dupli (50).*

Resolutio Inferatur: si radix quadrati simpli est 1, radix quadrati 2pli est $\frac{577}{408}$ — $\frac{1}{166464}$, quanta erit radix quadrati 2pli, si radix simpli est 5? ℞. $\frac{2885}{408}$ — $\frac{5}{166464}$ quadrati hujus radicis. Per hanc analogiam prodeunt semper exactè radices quæsitæ, quarum quælibet constat duabus partibus, nempe radice excessiva, & excessu subtrahendo, qui semper denotatur per signum —; radix excessiva est quidem falsa: attamen adjungendo ei excessum per signum — prodit illico radix vera. Egr. radix quadrati 36 est 6, quæ utique exprimi potest per 8 — 2; radix 8 est quidem falsa, sed 8 — 2 = 6 est vera. Radices per problema præsens inventæ sunt ideo veræ, quia earum ope semper producuntur quadratorum datorum dupla.

Demonstratio. Cum radix excessiva $\frac{2885}{408}$ quadrati 50 sit quinquies major, quàm radix excessiva $\frac{577}{408}$, cumque quadrata crescant in ratione duplicata radicum; palam est, quadratum radicis excessivæ $\frac{2885}{408}$ esse debere 25 vicibus majus, quàm radicis excessivæ $\frac{577}{408}$ quadratum $\frac{332429}{166464}$. Multiplicando igitur hocce quadratum per 25, prodit quadratum

dratum $\frac{8323225}{166464}$, quod divisum per denominatorem suum manifestat quotum 50 cum excessu $\frac{25}{166464}$, quo ablato ex hoc quadrato, relinquitur quadratum $\frac{8323200}{166464}$, quod divisum per denominatorem suum sistit quadratum 50, quod est duplum quadrati dati 25. Ergo &c.

4.) *Corollarium.* Quoniam excessus radicis excessivæ $\frac{2885}{408}$ est quinquies, & excessus quadrati ejus 25 vicibus major, quàm excessus $\frac{1}{166464}$ radicis excessivæ $\frac{577}{408}$; palam est, excessum $\frac{1}{166464}$ crescere in ratione duplicata radicum. Si itaque 3tia proportionalis est 2, 3, 4, 6, 7 &c., evadit etiam excessus à radicibus subtrahendus, bis, ter, quater, sexies, septies major, quàm excessus $\frac{1}{166464}$: ergo excessus quadratorum ex radicibus excessivis inventorum debet esse quater, novies, 16, 36, 49 vicibus major, quàm excessus $\frac{1}{166464}$. Ducendo itaque radicem excessivam inventam in se ipsam, & auferendo ex ejus quadrato excessum hac ratione determinatum, prodit exactè quadrati dati 2plum; ex quo manifestum est, radices fuisse exactè inventas.

5.) Scholion. *Assumpta itaque radice 6 quadrati 36 pro 3tia proportionali, prodit quadrati 2pli 72 radix excessiva* $\frac{3462}{408}$, *quæ in se ducta producit quadratum* $\frac{11985444}{166464}$, *cujus excessus vi Corollarii præcedentis est* $\frac{36}{166464}$, *quo ex illo ablato relinquitur quadratum* $\frac{11985408}{166464} = 72$, *quod est 2plum quadrati 36. Posita porro radice 7 quadrati 49 pro 3tia proportionali, reperitur quadrati 2pli 98 radix excessiva* $\frac{4039}{408}$, *quæ in se multiplicata sistit quadratum* $\frac{16313521}{166464}$, *cujus excessus est* $\frac{49}{166464}$, *qui ex illo ablatus manifestat quadratum* $\frac{16313472}{166464} = 98$, *quod est duplum quadrati 49. Corruit ergo præcipuum argumentum, quo nonnulli conati sunt probare magnitudinis divisionem in infinitum, quæ profectò occasionem præbuit excogitandi fractiones illas horrendas in infinitum progredientes & nihil ad rem facientes, quibus Geometria sublimior scatet. Nisi oculorum aciem haberem jam adeò hebetatam, ut vix literas in scribendo distingvere valeam; indagarem varia quanta proportionalia eadem methodo & facilitate, qua investigavi* Circuli Quadraturam Serenissimo Regi Nostro STANISLAO AUGUSTO dedicatam, & à Geometris approbatam, *ad demonstrandum evidentissimè, ejusmodi fractiones continuas, seu infinitas esse mera Entia rationis, quæ in rerum natura dari nequeunt. Ceterum tam ex hisce problematibus, quàm ex dicta* Quadraturâ *patet veritas hujus Hexametri:* Omnia conando docilis solertia vincit. *Ratio unitatis ad radicem numeri 3 est, ut 1 :* $\frac{26}{15} - \frac{1}{225}$. *Inferatur itaque: si radix quadrati simpli est 1, radix quadrati 3pli est* $\frac{26}{15} - \frac{1}{225}$, *quanta erit radix quadrati 3pli (12), si radix quadrati simpli (4) est 2 P. R.* $\frac{52}{15} - \frac{2}{225}$, *cujus ope vi §. 4ti producitur quadratum* $\frac{2700}{225} = 12$, *quod est indicio, radicem fuisse legitimè inventam.*


Biblioteka Jagiellońska
stdr0026012

